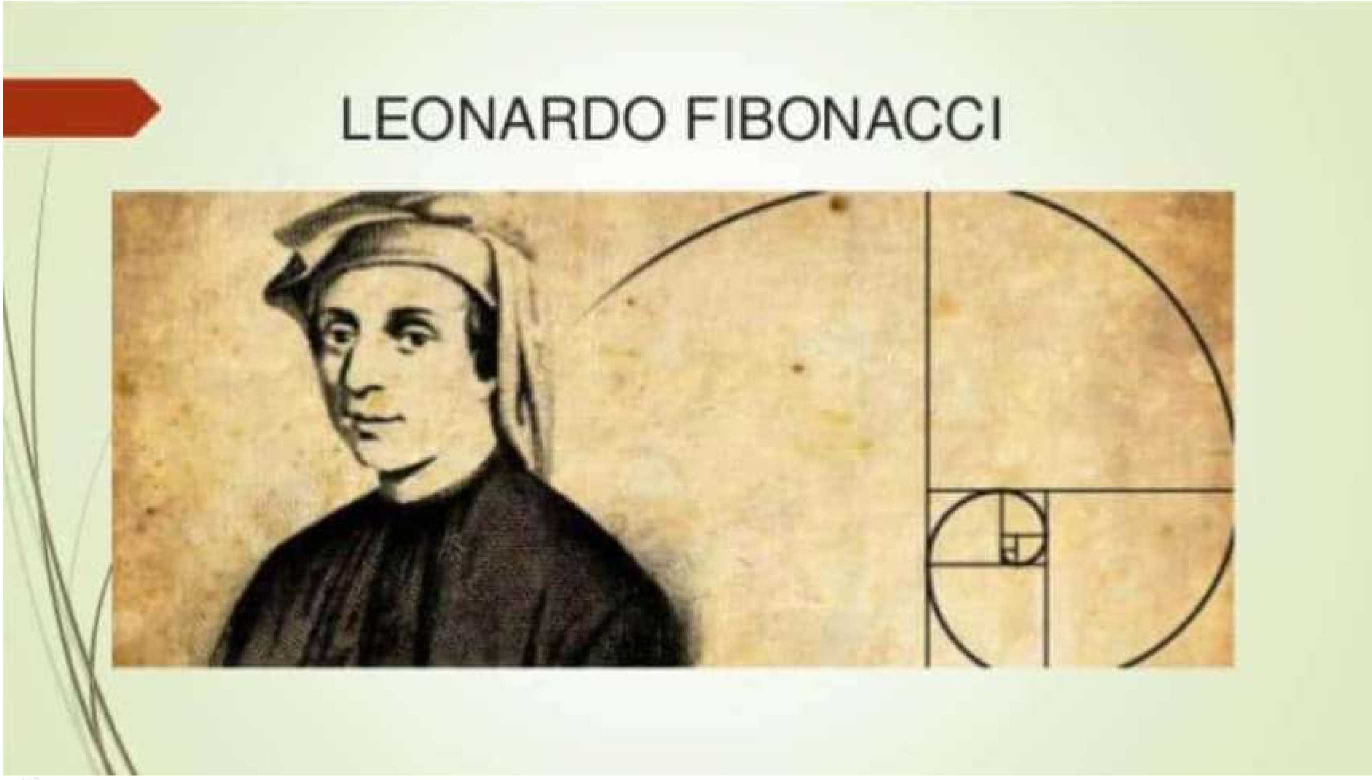
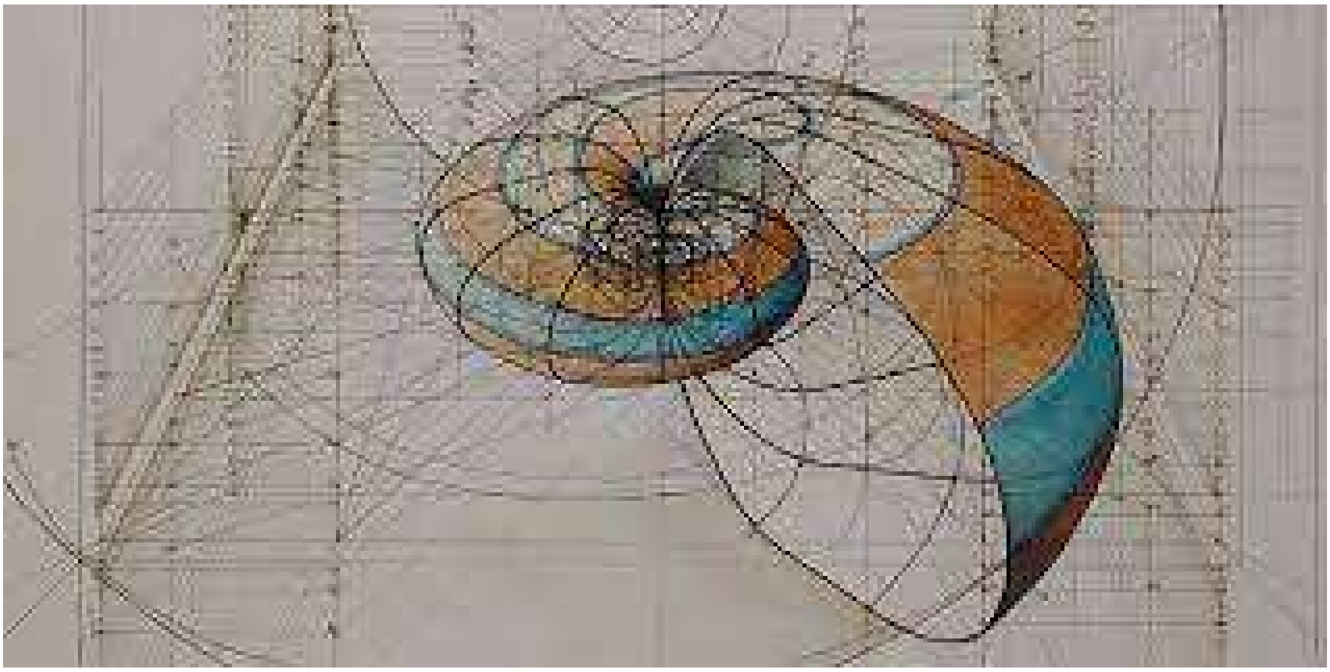
DÜNYAYI DEĞİTİREN MATEMATİKÇİLER 3.

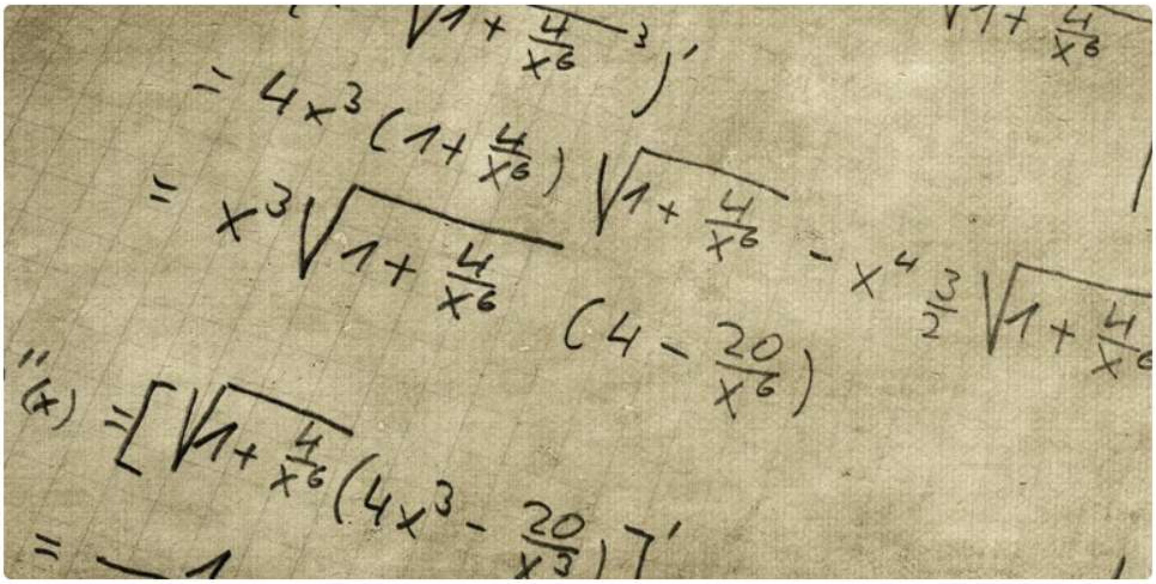
Leonardo Fibonacci





Leonardo Bonacci, Pisalı Leonardo, Leonardo Bigollo Pisano ama en bilinen adıyla Leonardo Fibonacci 1170 yılında İtalya'nı Pisa şehrinde doğmuştur. Babası Guglielmo adında bir tüccardır. İtalya ve Cezayir'de ticaret yapmıştır. Fibonacci çocukluğunda babasıyla seyahat etmiştir. Akdeniz kıyılarında yaptığı seyahatlerde birçok tüccarla tanışıp yeni hesaplama yöntemleri öğrenmiştir. Bu seyahatleri sırasında Hint ve Arapça sayı sistemlerinin o zamanlarda kullandıkları Roma rakamlarından daha kullanışlı olduklarını keşfetmiştir. Bu keşfiyle ünlü bir matematikçi olmanın temellerini atmıştır. Fibonacci, tam tarihi bilinmemekle beraber 1240-1250 yılları arasında Pisa'da ölmüştür.

2. Matematikle Tanışması



Bir tüccar olan babasıyla yaptığı seyahatlerle matematiğe ilgi duymaya başlamıştır. Fibonacci, babasının isteği ile Arap bir matematikçiden dersler almıştır. Genç yaşlarda olan Fibonacci, hocasından aldığı eğitimlerden çok etkilenmiştir. Arap rakamlarının, Roma rakamlarından daha kullanışlı olduğunu keşfetmiştir. Yeni matematikçilerle tanışmak için seyahatler yapmıştır. Hindistan'da bir süre yaşayan Fibonacci, en iyi hesaplama tekniğinin Hintlilerin hesap tekniği olduğunu keşfetmiştir. Pratik matematik hesaplamaları konusunda kendini geliştirmiştir. Genç yaşına rağmen çok sayıda seyahat yapması, Fibonacci'nin değişik kültürleri tanımasını ve kendini geliştirmesini sağlamıştır.

3. Etkilendiği Matematikçiler

Ünlü matematikçi Leonardo Fibonacci hakkında bilinmesi gerekenler içinde Fibonacci'nin etkilendiği matematikçilerin Müslüman matematikçiler olması yer alır. Fibonacci, babasıyla yaptığı seyahatlerle Arap kültürüyle ve Arap matematikçilerle tanışmıştır. Arap sayı sisteminin kullanışlı olması ve "sıfır" sayısının varlığını keşfetmesinden sonra matematik ile ilgili çalışmalarına farklı bir boyut kazandırmıştır. Fibonacci, bu araştırmalarında birçok matematikçiden ve İslam aliminden etkilenmiştir. Bu isimlerden en çok bilinenler arasından İslam alimleri olan Harezmi, Ebu Kamil Şuca, Beni Musa kardeşler ve Yahudi asıllı olan Abraham bar Hiyya gibi matematikçilerden etkilenmiştir.

4. Eserleri

Günümüzde Fibonacci'ye ait olduğu bilinen altı eser vardır. Bunlardan en bilineni ve en önemlisi 1202 yılında tamamladığı, Hint-Arap rakam sistemlerinin Avrupa'da ses getirip yaygınlaşmasını sağladığı eser "Liber Abaci" olmuştur. 1220 yılında ölçme tekniklerini, alanların ve hacimlerin ölçülüp bölünmesi, pratik geometri gibi konularına yer verdiği "Practica Geometriae" isimli eserini yazmıştır. 1225 yılında ise çevirmen ve filozof olarak bilinen Palermolu Johannes'in yazdığı eserde ortaya attığı sorunlara çözüm ürettiği eseri "Flos"u yazmıştır. Bir diğeri İmparator II. Frederick'e ithafen, Diophantine denklemleri üzerine yazdığı "Liber Quadratorum" Türkçesi ile "Kareler Kitabı" adlı eseri olmuştur. "Öklid Elementlerinin X Kitabı Üzerine Yorum" ve ticari aritmetik üzerine yazdığı "Di Minor Guisa" adlı eserleri ise kayıptır.

5. Liber Abaci

Fibonacci, 1202 yılında ilk eseri olan "Liber Abaci"yi tamamlamıştır. Liber Abaci, "Hesaplama Kitabı" ve "Abaküs Kitabı" şeklinde çevirilmiştir. Ama yapılan araştırmalarda "Abaküs Kitabı" çevirisinin hatalı olduğu, eserin abaküs kullanmadan hesaplama yöntemleri kazandırmak amacıyla yazıldığı tanımlaması yapılmıştır. Latince yazılan bu eserde Hint-Arap rakam sistemini kullanmıştır. Bu rakam sistemini kullanan nadir Batılı eserler arasında yer almıştır. Hem matematikçileri hem de tüccarları bu sisteme geçmeleri için teşvik etmiştir. Liber Abaci'de gösterilen hesaplama tarzını benimseyen insanlara "algorizmistler" denilmiştir. Roma rakamlarını ve abaküsü hesaplamada kullanan gelenekçilere "abasistler" denilmiştir. Ortaya çıkan bu iki grup bir çatışma içerisine girmiştir.

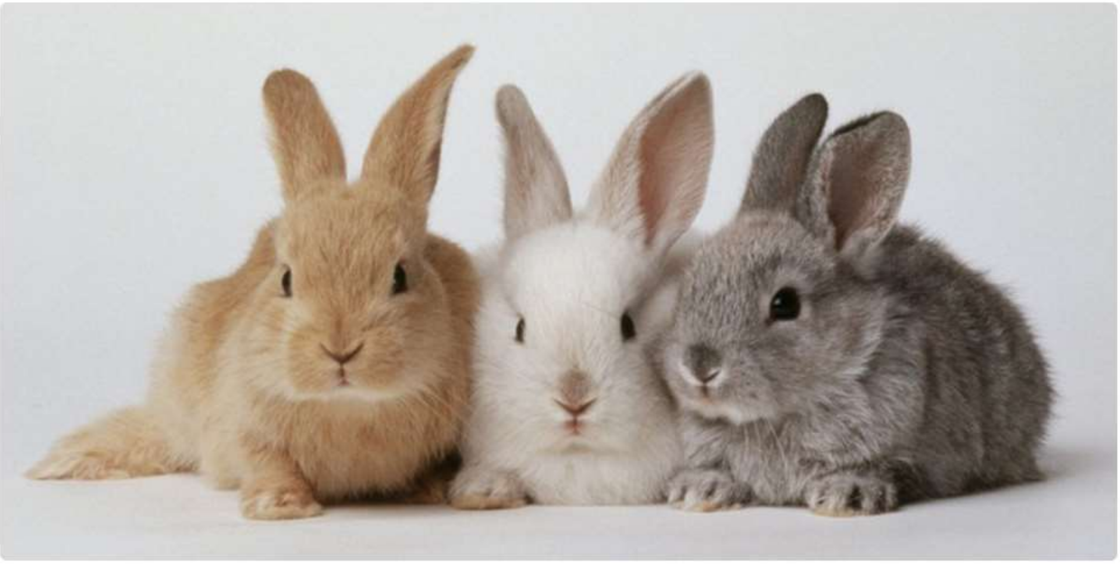
6. Hint-Arap Rakam Sistemi

Hindu–Arabic numeral system

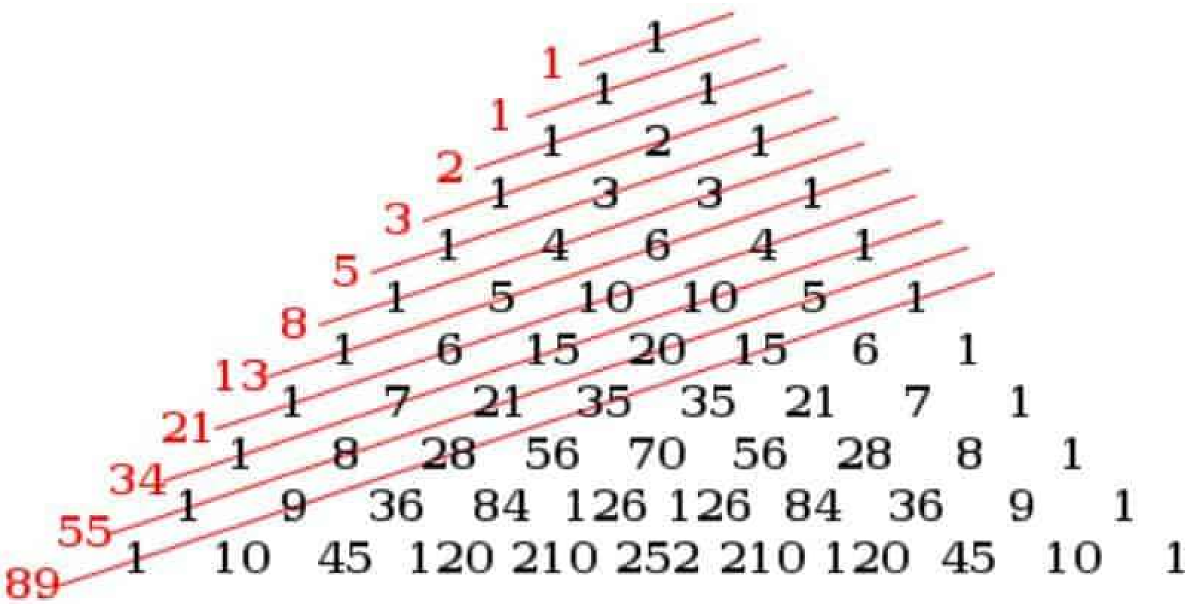
European (descended from the West Arabic)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Arabic-Indic	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
Eastern Arabic-Indic (Persian and Urdu)	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
Devanagari (Hindi)	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९
Tamil		௧	௨	௩	௪	௫	௬	௭	௮	௯

Hint-Arap rakamları Hintli matematikçiler tarafından Hindistan'da ortaya çıkmıştır. Arap ve Farslı matematikçiler bu sisteme "Hint rakamları" adını vermiştir. Daha sonra bu rakamlar Arap tüccarlar tarafından Batı ülkelerine tanıtılmıştır ve Avrupa'da "Arap rakamları" olarak anılmıştır. Harezmî ve Kindî'nin eserleri ile Avrupa'ya yayılmıştır. Rakam sistemi 10 adet sembol üzerine kurulmuştur. Bu semboller Brahmi rakamlarından türetilmiştir. Bu simgeler, Büyük Mağrip ve Avrupa'da kullanılan Batı Arap rakamları, Orta Doğu'da kullanılan Doğu Arap rakamları ve Hint Yarımadası'nda çeşitli yazılarda kullanılan Hint rakamları olarak üç ana aileye ayrılmıştır.

7. Fibonacci Tavşanları



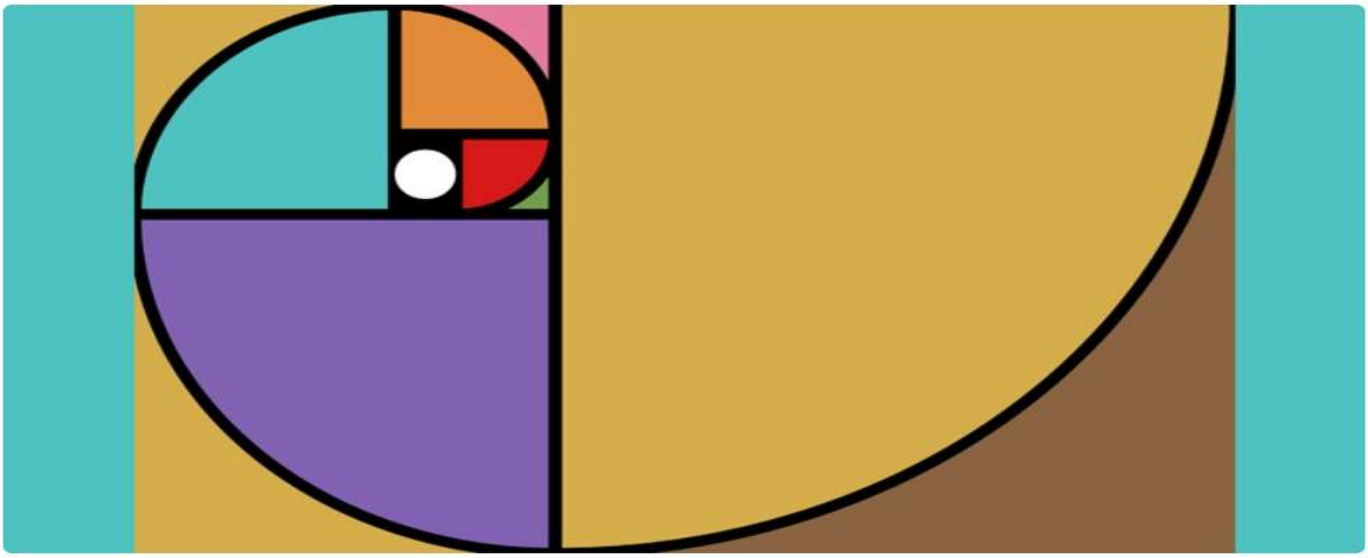
Fibonacci, Liber Abaci isimli eserinde kapalı olarak duran bir tavşan ailesinin her ay gözlemleyerek artış miktarını notlarına kaydetmiştir. Kaydettiği bu notlarda her tavşan çiftinin bir yavru yapıp onun da bir ay sonra 1 yavru yapacağı ortamda tavşanların zamana göre üremede değişiklik gösterdiğini gözlemlemiştir. Tavşanların "1-1-2-3-5-8-13-21-34..." şeklinde ürediğini gözlemlemiştir. Ama bu sayıların rastgele değil bir düzene bağlı olarak değiştiğini fark etmiştir. Kendinden önceki iki sayının toplamı şeklinde üreyip bu sayıların birbirine bölümü büyüdükçe "1,618" ortalamasına yaklaşmıştır. Keşfettiği ile bu sayı dizisine "Fibonacci dizisi" adını vermiştir. Bu dizi altı oranı gösteren en önemli matematiksel ifade olmuştur.



8. Fibonacci Sayı Dizisi

Ünlü matematikçi Leonardo Fibonacci hakkında bilinmesi gerekenler içinde en başta gelen konu "Fibonacci sayı dizisi"dir. Bu sayı dizisi her sayının kendinden öncekiyle toplanmasıyla elde edilen bir sayı dizisidir. Bu sayı dizisinde, sayılar birbiri ile oranlandığında "altın oran" ortaya çıkar. Sayı kendisinden önce olan sayıya bölündüğünde altın orana daha çok yaklaşır. Elde edilen bu sayı dizisi "F(n)" şeklinde gösterilir. "1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34..." bu sayı dizisi, Fibonacci sayı dizisi olarak adlandırılmaktadır. Dizilim içerisinde herhangi bir sayıyı kendinden önce gelen bir sayıya bölerek, sürekli olarak "1,618" oranına yaklaşık bir sonuç çıkmaktadır.

9. Altın Oran



Fibonacci, tavşanları inceleyerek Fibonacci dizisini keşfetmiş ve bu dizi altın oranın en önemli matematiksel gösterimi haline gelmiştir. Altın oran, "1,618" oranını ile ifade edilmiştir. Fibonacci sayılarıyla altın oran arasında olan ilişkiyi, en önemli eseri olan Liber Abaci ile Batı Avrupa'ya tanıtmıştır. Altın oran, evrende ve matematikte en baştan beri var olmuştur. Kesin olarak ne zaman kullanılmaya başladığı hakkında bilgi yoktur. Öklid'in "Elementler" adlı tezinde, Mısır'da piramitlerde, Antik Yunan'da Parthenon'da ve Leonardo da Vinci'nin eserlerinde altın oranın izlerine rastlanmıştır. Doğada ve evrende de altın orana rastlanmıştır, bazıları altın oranı "ilahi oran" olarak da adlandırmıştır. İnsanın anatomisinde, bitkilerde, sanatta ve mimaride altın oranın izlerine rastlanmıştır.

10. Fibonacci'nin Mirası

Ünlü matematikçi Leonardo Fibonacci hakkında bilinmesi gerekenler arasında ardında bıraktıkları da bulunmaktadır. Fibonacci, yaptığı çalışmalar ile günümüzde halen hatırlanmakta ve saygı duyulmaktadır. Adı ile özdeşleşen Fibonacci sayı dizisi, Fibonacci kimliği, Fibonacci arama tekniği ve Pisano dönemi gibi birçok kavramı matematiğe kazandırmıştır. Liber Abaci ile Hint-Arap rakam sistemlerini Avrupa'ya tanıtmıştır. Hesaplamayı kolaylaştıracak çalışmalar yapmıştır. 1240 yılında Pisa şehri tarafından onurlandırılmış, Pisa ve vatandaşlara muhasebe konularında yardımcı olması için maaş bağlanmıştır. 19. yüzyılda Pisa'ya heykeli yapılmıştır. Heykel günümüzde Piazza dei Miracoli'de tarihi mezarlık Camposanto'nun batı galerisinde yer almaktadır. Arkasında altı tane eser bırakmıştır.

Çalışmaları

- *Liber Abaci* (1202), hesaplamalar üzerine bir kitap (2002'de Laurence Sigler tarafından İngilizceye çevrildi.)[27]
- *Practica Geometriae* (1220), arazi ölçme teknikleri, ölçme ve alanlar ile hacimlerin bölünmesi ve diğer pratik geometri konularının bir özeti (2008'de Barnabas Hughes tarafından İngilizceye çevrildi ve Springer tarafından yayınlandı).
- *Flos* (1225), Johannes of Palermo'nun ortaya koyduğu problemlere çözümler
- *Liber quadratorum* ("The Book of Squares") Diophantine denklemler hakkında olup İmparator II. Frederick'e adanmıştır. Özellikle bkz. congruum ve Brahmagupta–Fibonacci özdeşliği.
- *Di minor guisa* (ticari aritmetik üzerine; kayıp)
- *Commentary on Book X of Euclid's Elements* (Öklid'in Elementleri 10. Kitap hakkında yorum, kayıp)

HAFTANIN MATEMATİK SORULARI

1:

$x^4 + 2x^3 - 8x^2 - 6x + 15$ ve $x^3 + 4x^2 - x - 10$ polinomlarının ortak olmayan gerçel köklerinin çarpımı kaçtır?

a) 6 b) -6 c) 4 d) -4 e) Hiçbiri

2:

$x = \sqrt[3]{11 + \sqrt{337}} + \sqrt[3]{11 - \sqrt{337}}$ olduğuna göre, $x^3 + 18x$ kaçtır?

a) 10 b) 11 c) 20 d) 22 e) 24

3:

n tam sayısının kaç farklı değeri için $n^4 + 4n^3 + 3n^2 - 2n + 7$ sayısı asaldır?

a) 4 b) 3 c) 2 d) 1 e) Sonsuz çoklukta

4:

x bir gerçel sayı olmak üzere, $x(x+4)(x+8)(x+12)$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

a) -280 b) -260 c) -256 d) -252 e) -240

5:

. $11^2 + 13^2 + 17^2$, $24^2 + 25^2 + 26^2$, $12^2 + 24^2 + 36^2$, $11^2 + 12^2 + 132^2$ sayılarından kaçı bir tam sayının karesine eşittir?

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

ZEKA OYUNLARI :

ÜÇ YAŞ

Adlarına A, B ve C diyeceğimiz üç kişinin yaşları ile ilgili olarak şunlar biliniyor:

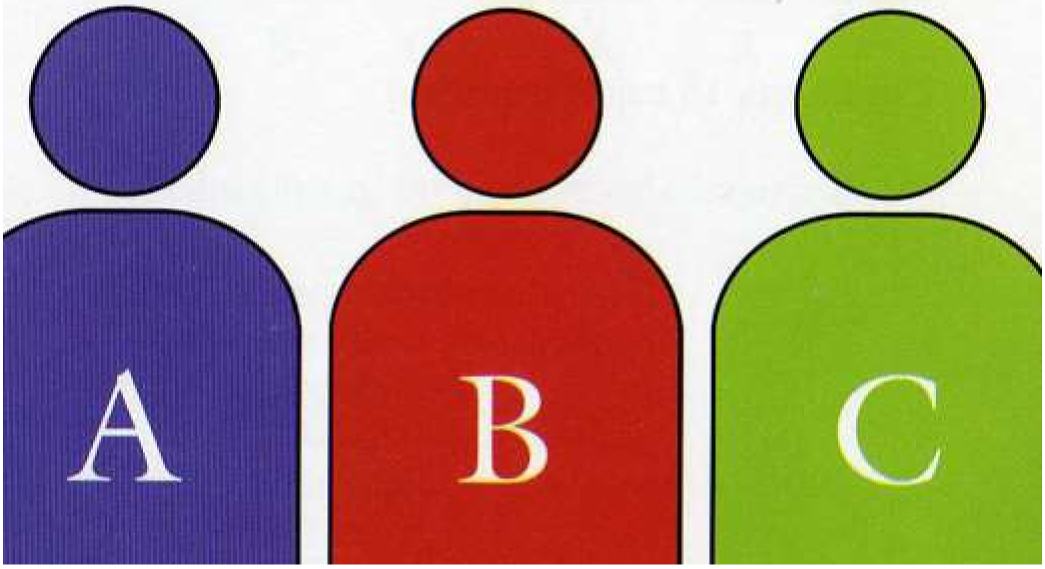
A, B ve C'nin yaşları tamsayıdır ve her biri 90'dan küçüktür.

A'nın yaşını oluşturan iki rakam yer değiştirince B'nin yaşını vermektedir.

A ile B'nin yaşları toplamı C'nin yaşının 11 katıdır.

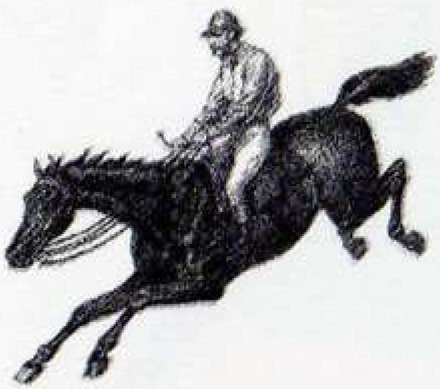
A'nın yaşı C'nin yaşının 9 katıdır.

A, B ve C kaç yaşındadır?



İLGİNÇ BİR YARIŞ

İki arkadaş değişik bir yarış yapmaya karar verirler. Atlarını yarıştıracaklar ve hangi at sonuncu gelirse yarışı o kazanmış sayılacaktır. Atlarına binerler ve başlangıç çizgisine gelirler. Ancak her ikisi de atının geride kalmasını istediği için harekete geçmemekte, yarış bir türlü başlamamaktadır.

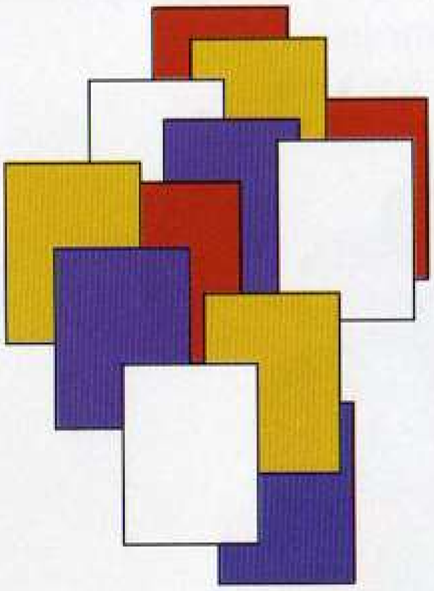


Yarışın başarıyla gerçekleşmesi için onlara ne önerirsiniz?

RENKLİ KARTLAR

4 değişik renkteki 10 adet karta aşağıdaki sayılar yazılmıştır:

1, 2, 4, 5, 6, 12, 15, 22, 24, 38



- Mavi ve beyaz renkli birer adet kart vardır.
- Kırmızı kartlı sayıların en büyüğü, sarı kartlı sayıların en küçüğünden küçüktür.
- Kırmızı kartlardaki sayıların toplamı, mavi kartlardaki sayıların toplamının iki katıdır.
- Sarı kartlardaki sayıların toplamı, kırmızı kartlardaki sayıların toplamının iki katıdır.

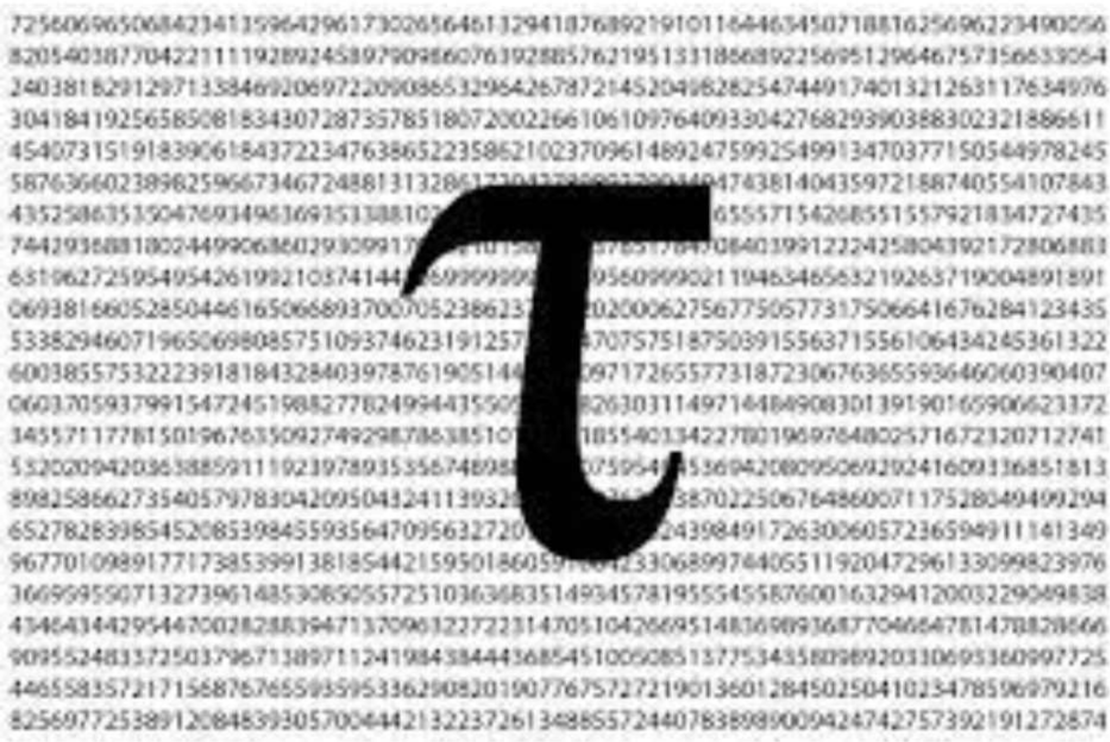
Her sayının bulunduğu kartın rengini bulunuz.

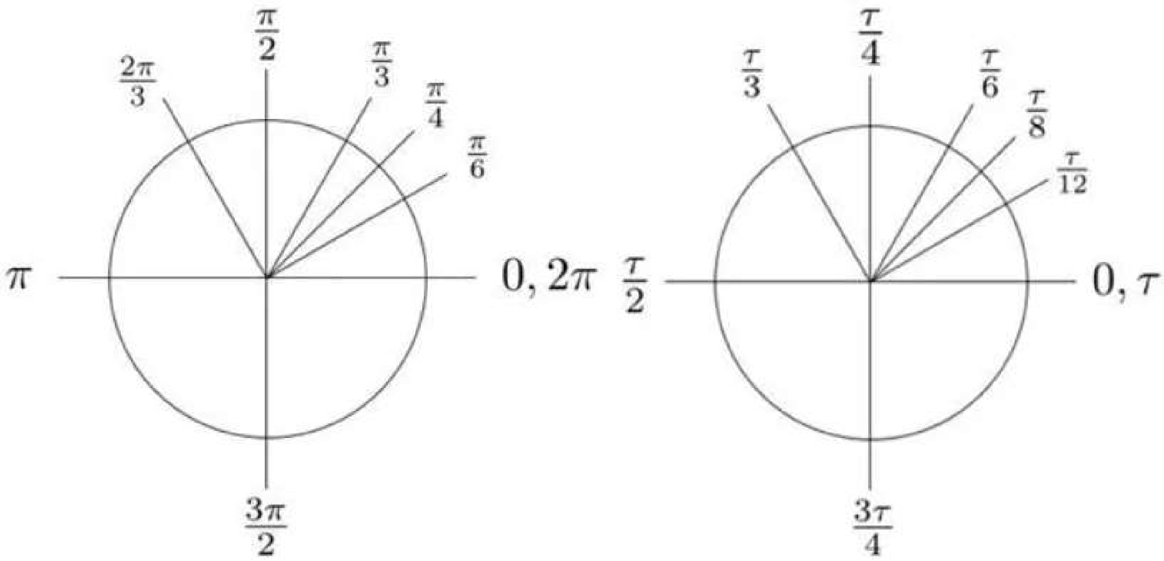
HAFTANIN KONUSU

Pİ SAYISINDAN DAHA İLGİ ÇEKİCİ 6 SAYI

Pi sayısı ile ilgili bugüne kadar çok şey okumuş olabilirsiniz. Ancak matematikçilerin ilginç buldukları başka sayılar da vardır. Mesela Tau sayısı veya Belphegor asalı ile ilgili bir bilginiz olmama ihtimali yüksek. Bu yazıda 6 ilgi çekici sayı tanıtalım…

1- Tau sayısı



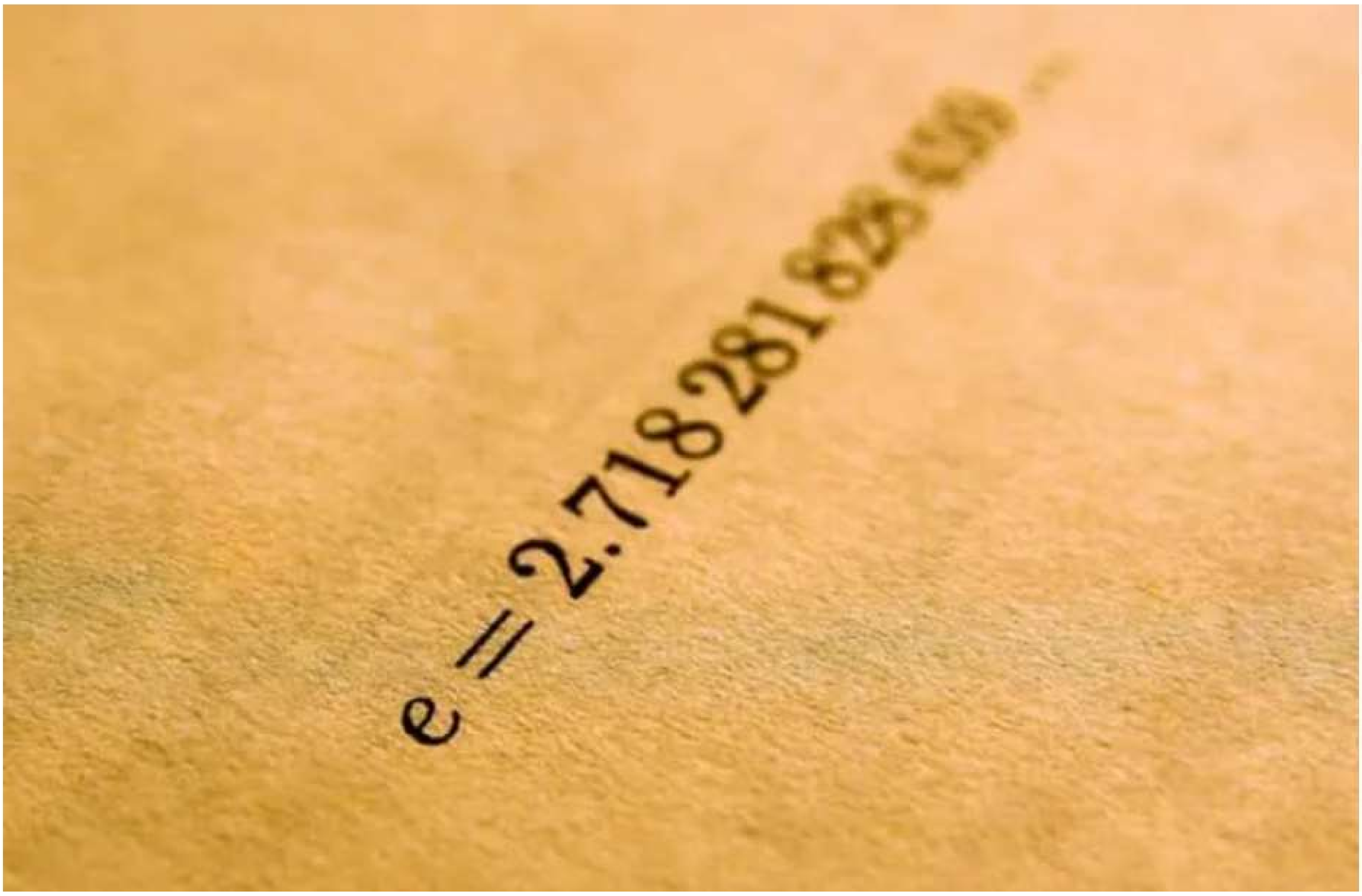


Pi, yarım çemberin radyan cinsinden açı ölçüsüdür. Bu durum bazı konularda kafa karıştırır: Mesela, bir dilim pizzanın ucundaki açı –ya da bir turtanın 8. parçası- π/4 radyandır, π/8 değil. Buna karşılık Tau kullandığımızda bir dilimin açısı τ/8 dir. Başka bir deyişle **Tau sayısı, tam çemberin radyan cinsinden açı ölçüsüdür.**

Pi sayısı, kitaplara, sanata ve on binlerce basamak sayı ezberleyen meraklılara ilham kaynağı oldu. Fakat Pi'den daha ilginç bir sayı var ise o da iki Pi'dir. Diğer bir deyişle Pi'nin iki katıdır. Bazı matematikçiler pi sayısının başka bir matematik sabiti olan bu sayı ile değiştirilmesi gerektiğini öne sürüyor. Bu yeni sabit (τ) ile sembolize edilen Tau sayısı.

Tau sayısı olarak bilinen bu sayı yaklaşık olarak 6,28 değerine sahiptir. Pi bir çemberin çevresini çapıyla ilişkilendirir. Oysa tau sayısı bir çemberin çevresini yarıçapıyla ilişkilendirir. Birçok matematikçi de bu ilişkinin çok daha önemli olduğunu düşünüyor. Ancak Pi, matematiğe o kadar yerleşti ki, çıkarmak son derece zor. Tau'yu Pi'nin yerine kullanmak yerine ikisini beraber öğretmek daha pratik bir yaklaşım olur. Ayrıca hatırlatalım. Bu duruma Pi günü yerine 8 Haziran tarihinde Dünya Tau gününü kutlamak zorunda kalabiliriz.

2- Doğal Logaritma: e



8. yüzyıl matematikçisi Leonhard Euler'in anısına "e" olarak tanımladığımız bu sayı muhtemel Pi'den sonra en çok bilinen sayıdır. Sonsuza uzanan değeri ondalık basamakların ilk altısıyla 2,718281 olarak kabul edilen bu sayı, kendisini tanıtan matematikçinin ismiyle **"Euler sayısı"** olarak da bilinmektedir. Nüfus artışını belirlemede, finansal matematikle uğraştığımız zamanlarda, olasılık ve istatistik hesaplamalarında bu sayı sıkça karşımıza çıkar. Büyümeyle ilgili konularda e sayısı kilit role sahiptir. Örneğin ekonomik büyüme ve nüfus büyümesi bunlar arasındadır. Radyoaktif bozunma modelleri de yine e sayısını temel alır. Ama tüm bu büyüme ilişkilerinin içinde ilgimizi en çok çeken şey ise elbette faiz hesaplamalarıdır. **Daha fazla bilgi için: e Sayısı ve Kayıp Tarihi**

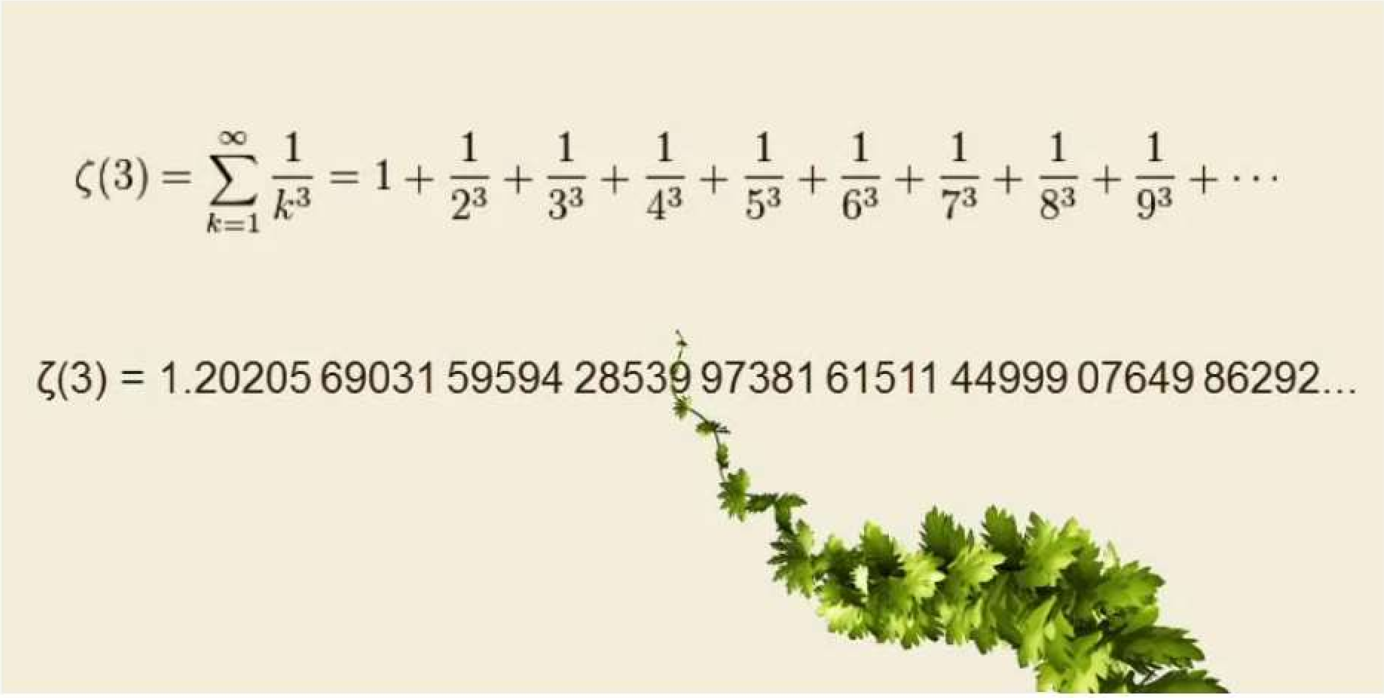
3- Hayali Bir Sayı: i

Bizlere negatif bir sayının karekökü olmayacağı söylense de i sayısı bir kural yıkıcı olarak ortaya çıkmıştır. i sayısının tanımı bu sayının karesinin -1 olmasıdır. i sayısının tanımlanması ile matematik sıkışıp kaldığı reel sayı doğrusundan kurtulmuş ve iki boyutlu sayı doğrusuna geçiş yapmıştır. Daha fazla bilgi için: Bir Dönemin Çıkmazı İ Sayısı ve Sanal Sayılar

4- i üstü i sayısı

i sayısını garip buluyorsanız bir de i üstü i sayısını düşünün. Baştan söyleyelim, şaşırabilirsiniz. Çünkü bu sayının sonucu gerçek bir sayıdır ve tam olarak söylemek gerekirse 0.2078795763507619085… biçiminde uzayıp giden bir irrasyonel sayıdır. Ancak hatırlatalım. i üstü i tek bir değere sahip değildir. Seçilen açıya bağlı olarak sonsuz sayıda değer alabilmektedir. Bu sonucun nasıl ortaya çıktığını anlayabilmeniz için temel düzeyde logaritma ve ayrıca Euler özdeşliğini bilmeye ihtiyacınız var. Çözümü detaylı incelemek isterseniz: Karmaşık Sayılarda i Üzeri i Kaçtır?

5- Apéry Sabiti



1979'da Fransız matematikçi Roger Apéry, Apéry sabiti olarak bilinen bir değerin irrasyonel bir sayı olduğunu kanıtladı. (1.2020569 diye başlar ve sonsuza kadar devam eder.) Sabit ayrıca zeta (3) olarak da yazılır; bu Riemann zeta fonksiyonuna 3 sayısını yerleştirmek anlamında gelir. Apéry sabiti, elektronun manyetik gücünü ve yönünü açısal momentumuna yönlendiren denklemler de dahil olmak üzere fizikte bir çok yerde ortaya çıkmaktadır.

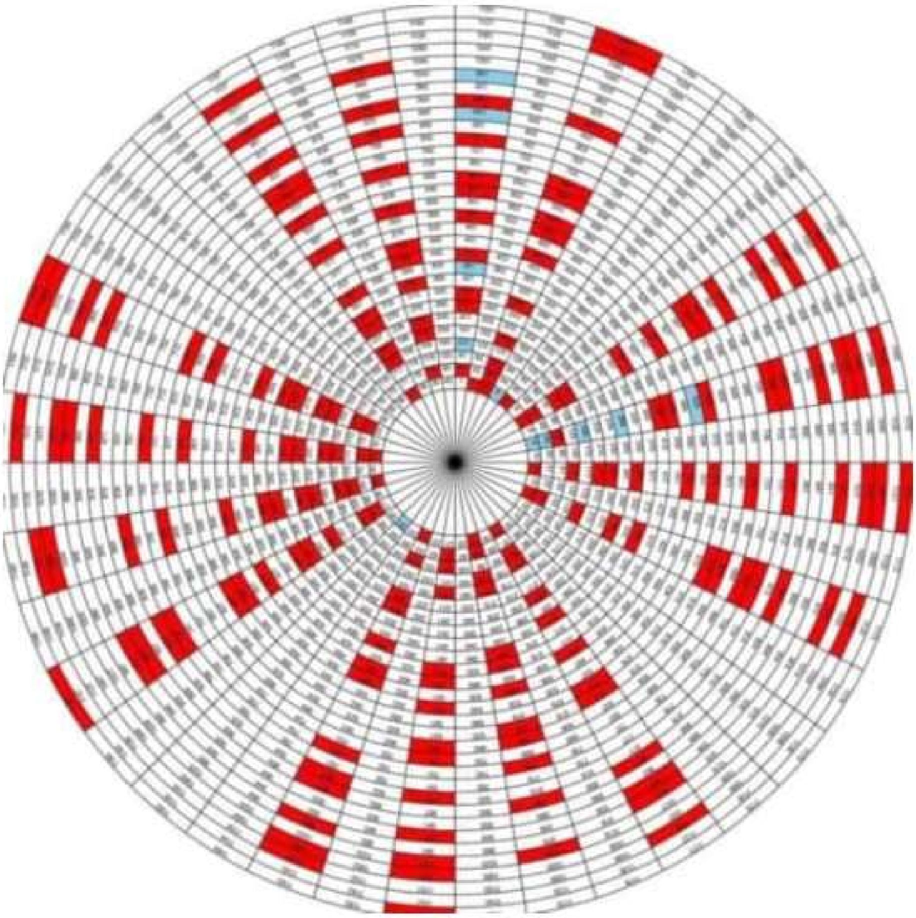
6- Belphegor Asalı

1000000000000066600000000000001

Belphegor Asalı rakamlarının dizilişi soldan sağa ve sağdan sola aynıdır yani palindromik bir asal sayıdır. Ayrıca tam ortasında 666, bunun iki yanında da 13’er adet 0 bulunur. Batı kültürlerinde 666 ve 13 sayılarına atfedilen uğursuzluktan dolayı bu sayıya cehennemin yedi prensinden biri olan Belphegor’un adı verilmiş. Rakamlarının dizilişi soldan sağa ve sağdan sola aynı olduğu için kendisi bir palindromik asal sayıdır.

Asal Sayı Teoremi Nedir? Neden Gereklidir?

Asal Sayılar



Asal sayılar eskilerden beri sadece matematikçilerin değil, bilim ile yolu kesişen tüm insanların ilgisini çekmiştir. Bunun temel nedeni tüm pozitif tamsayıların, asal sayılardan oluşturulabilmesidir. Bu nedenle de asal sayılar bir yerde tamsayıların temel yapı taşları gibidir. Bunun sonucunda da insanlar onları ilginç bulur.

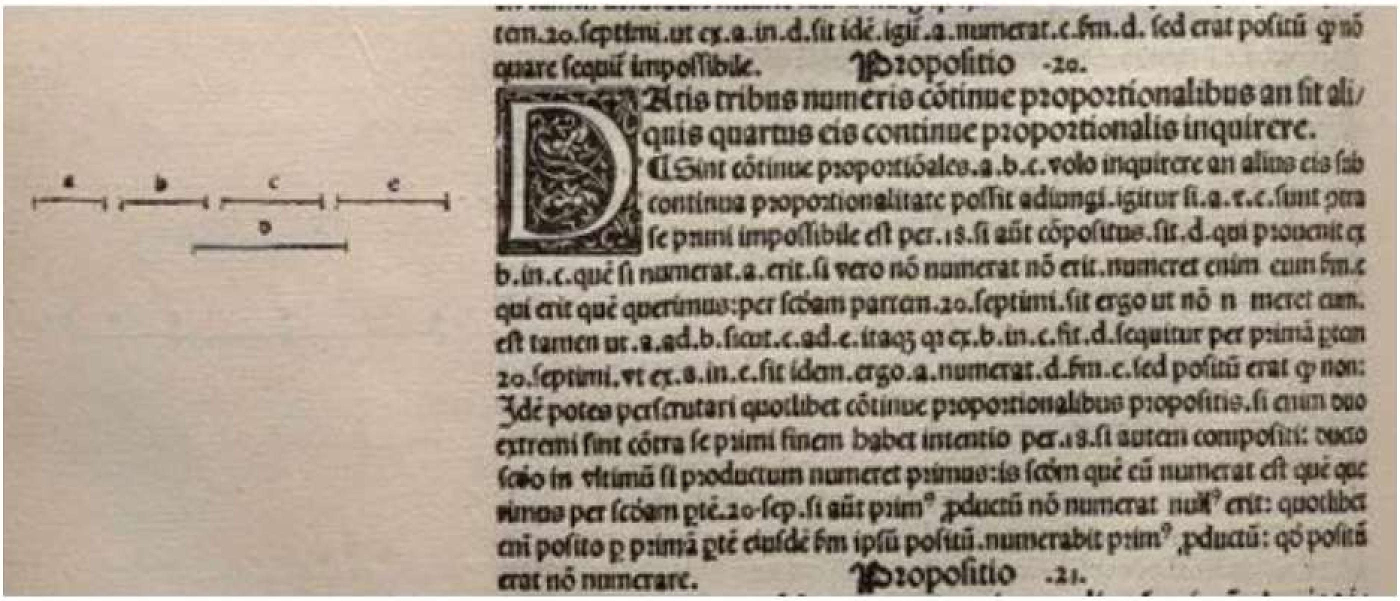
2000 yıldan daha uzun bir süre önce, Öklid sonsuz sayıda asal sayı olduğunu kanıtlamıştı, . Ancak bir sayının asal sayı olup olmadığını bize söyleyen basit bir formül yok. Günümüzde bilgisayar algoritmaları, giderek daha büyük asal sayıları bulmamızı sağlasa da elimizde bir formül olmadığı için hiçbir zaman hepsini yazamayacağız. Neyse ki asal sayı teoremi bize asal sayıların diğer tam sayılar arasında nasıl dağıldığı hakkında bir şeyler söyler.

Öklid’in Asal Sayıların Sonsuzluğuna Dair İspatı

Öklid, sonsuz sayıda asal sayı olduğunu kanıtlayan ilk kişi olarak bilinir. 2000 yıl sonra bile kullandığı yöntem etkileyicidir. Öklid’e göre eğer sonlu sayıda asal sayı içeren bir liste alırsak mutlaka bu listede olmayan başka bir asal sayının var olduğunu gösterebiliriz. Aşağıda Öklid’in asal sayıların sonsuzluğuna dair ispatı kitabında geçtiği şekliyle mevcuttur. İspatı okuduğunuzda Öklid özelinde o dönemin matematikçilerinde geometrik bakış açısının ne kadar baskın olduğunu göreceksiniz.

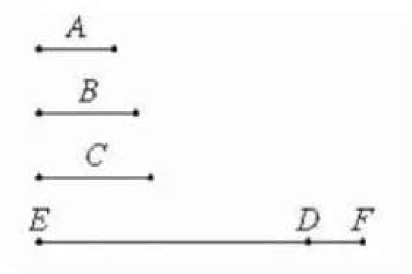
Günümüzde tamsayıları soyut nesneler olarak anlıyoruz, ancak eski Yunanlılar onları uzunluklar olarak tanımlıyorlardı. 1 sayısı 1 birimlik bir uzunluktu. Diğer sayılarda bu uzunluğun katları kadardı. Yani, 4 bizim için ilk başta bir sayıyken onlar için 4 birimlik uzunluk demekti. 3^2 sinden biz 9 anlarken onlar bir kenarı 3 birim olan kareyi akıllarına getiriyordu ya da 5×4 den biz 20 anlarken onlar bir kenarı 5 diğer kenarı 4 birim olan dikdörtgeni anlıyorlardı. Yani matematik onlar için geometri demekti. Ve şu an akıllarında Platon neden akademisine “Geometri bilmeyen giremez” yazdı da matematik yazmadı düşüncesi olanlar için de bu söylediklerim cevap olmuştur kanısındayım. Şimdi ispata bakalım:

Öklid'in Asal Sayıların Sonsuzluğu İle İlgili Geometrik İspati



tem.20.septimi.ut ex.a.in.d.fit idē.igit.a.numerat.c.fm.d. sed erat positū q nō
quare sequit impossibile. Propositio .20.
Datis tribus numeris cōtinue proportionalibus an sit ali/
quis quartus eis continue proportionalis inquirere.
Sint cōtinue proportiōales.a.b.c.volo inquirere an aliquis eis sub
continua proportionalitate possit adiungi.igitur si.a.et.c.sunt cōtra
se primi impossibile est per.18.si aūt cōpositus.sit.d.qui prouenit ex
b.in.c.quē si numerat.a.erit.si vero nō numerat nō erit.numeret enim cum fm.e
qui erit quē querimus:per scdam partem.20.septimi.sit ergo ut nō numeret eum.
est tamen ut.a.ad.b.sicut.c.ad.e.itaq ex.b.in.c.fit.d.sequitur per primā partem
20.septimi.vt ex.a.in.e.fit idem.ergo.a.numerat.d.fm.e.sed positū erat q non:
Idē potes perscrutari quotlibet cōtinue proportionalibus propositis.si enim duo
extremi sint cōtra se primi finem habet intentio per.18.si autem compositi: ducto
scdo in vltimū si productum numeret primus:is scdm quē eū numerat est quē que
rimus per scdam ptē.20.sep.si aūt prim9 pductū nō numerat nullus erit: quotlibet
eni posito p primā ptē eiusdē fm ipsū positū.numerabit prim9 pductū: qd positū
erat nō numerare. Propositio .21.

Öklid'in elementler isimli kitabında asal sayıların sonsuzluğuyla alakalı ispatın geçtiği kısım. Antik Yunanlılar da sonsuzluk kavramı tanımlanmış durumda değildi. Bu nedenle Öklid "sonsuz sayıda asal sayı vardır" yazamazdı.



A, B ve C asal sayılarımız olsun. Diyorum ki A, B ve C den daha fazla asal sayı vardır. A,B ve C nin en küçük katı olan ED sayısını alalım ve ona 1 birimlik DF yi ekleyelim. Şu an EF'nin asal olup olmadığını bilmiyoruz. İlk olarak asal kabul edelim. Bu durumda A, B ve C den daha fazla asal sayı bulmuş olduk. Şimdi de diyelim ki EF asal sayı olmasın. O zaman EF bir G asal sayısının katı olmalıdır.

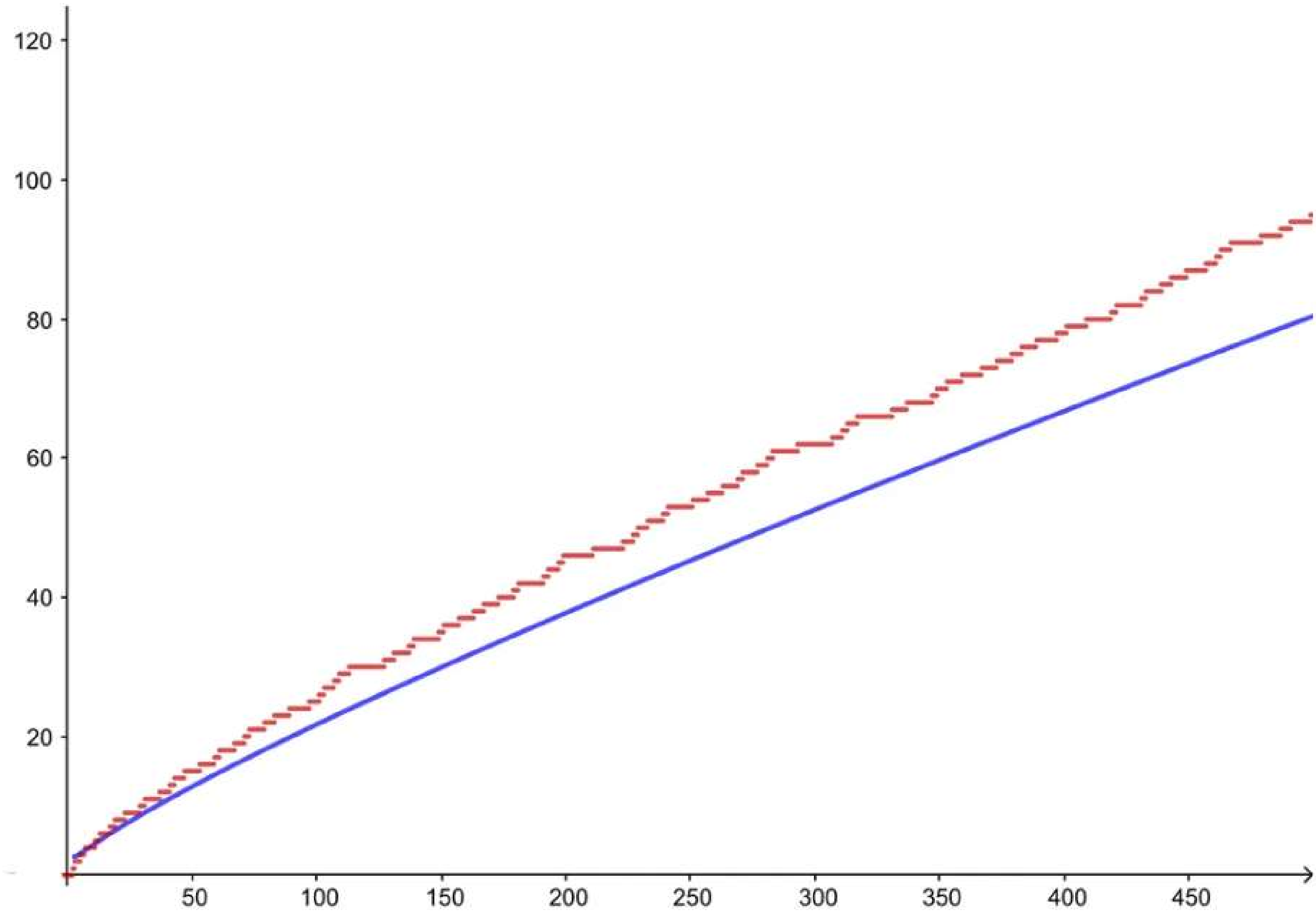
Diyorum ki G A, B ve C den farklı bir asal sayıdır. Eğer olabilirse G A, B ve C den birine eşit olsun. Bu durumda ED A,B ve C'nin katıydı, G bunlardan birine eşit olduğuna göre ED, G'nin de katı olmalı, EF de G'nin katıydı,o halde DF de G nin katı olmalı ki bu da mümkün değil. Bu durumda G, A, B ve C den farklı bir asal sayıdır. İşte bu yüzden de A, B ve C den daha fazla asal sayı vardır. **Q.E.D**

Sonsuz Sayıda Asal Olduğuna Dair ispatın Modern Versiyonlarından Bir Tanesi

Bu sefer Öklid'in orijinal argümanını da modern terminoloji ile verelim. Diyelim asal sayılar sonlu olsun ve bunları $p_1,\ldots p_n$ olarak adlandıralım. Şimdi, N sayısı bu asalların çarpımının bir fazlası olsun, başka bir deyişle N= ($p_1,\ldots p_n$)+1 biçiminde olsun. N sayısının $p_1,\ldots p_n$ asallarının hepsinden farklı olduğu bariz. Ama bütün asalların bunlar olduğunu varsaydık. O zaman N sayısı bileşik sayı olmalı. Demek ki bu asallardan birisi N'yi bölmek zorunda. Öteki taraftan,
N'nin $p_1,\ldots p_n$ sayılarından herhangi birine bölümünden kalan 1. Öyleyse bu listede olmayan başka asallar olmalı.
Daha da basit şu şekilde dile getirebiliriz. İlk önce en az bir asal sayı içeren sonlu bir asal sayı listemiz olduğunu düşünelim. Bu listedeki tüm asalları çarpalım ve çıkan sayıya 1 ekleyelim. Bu bulduğumuz sayı listemizdeki asalların hepsinden büyük olduğu için kendisi bu listede değil. Öte yandan elde ettiğimiz bu sayı listemizdeki asalların her birine bölündüğünde daima 1 kalanını verecek. Demek ki bu sayı ya kendisi asaldır ya da listemizde olmayan bir başka asal sayıya bölünür.

Asal Sayı Teoremi Nedir?

sal sayı teoremi bize verilen herhangi bir pozitif reel sayıya eşit veya ondan küçük olan **asal sayıların** sayısını verir. Başka bir deyişle bir pozitif n tamsayısı verildiğinde, n'ye kadar ve n dahil kaç tam sayı asal sayı olduğunu söyler. Ancak asal sayı teoremi bunu tam olarak yanıtlamaz. Bunun yerine yaklaşık bir değer verebilir. Basitçe söylemek gerekirse, n tamsayısı için **n/ ln(n)** n dahil ve n'ye kadar olan asal sayıların sayısı için iyi bir tahmindir ve n büyüdükçe tahmin daha doğru olur.
Örnek olarak, n=1.000 alalım. 1.000'e kadar asal sayıların gerçek sayısı 168'dir. Tahminimiz ise 1000/ln(1000) hesaplaması sonucunda yaklaşık olarak 145 yapar. Bu oldukça iyi bir tahmindir. Örneğimizde gerçek değer 168 ve bizim bulduğumuz yaklaşık değer ise 145 idi. Bu ikisini birbirine oranlarsak 145/168 sonucu 0,86 yapacaktır. Diğer bir deyişle tahminimizin gerçek sonucun %86 kadarını bilebildiğini anlarız. Bu çok da fena sayılmaz.
Bir başka örnek verelim. Bu sefer n=100.000 alalım. Bu sayıya kadar normalde 9.592 tane asal sayı vardır. n= 100.000 değerini formülümüzde yerine yazarsak da yaklaşık 8686 elde ederiz. Bu iki değeri birbirine oranlarsak da 8686/ 9592 sonucu bize yaklaşık 0,9 verecektir. Bu mevcut asal sayıların %90'ını bulabildiğimiz anlamına gelir. Kesinlikle biraz önceki tahminden daha iyidir. Bu nedenle asal sayı teoremi bize büyük n değerleri için n/log (n) hesaplamasının gerçek değerin %100'üne yakın olduğunu söyler. Yeterince büyük n değerleri seçerseniz sonucun neredeyse %100 olmasını sağlayabilirsiniz.



Kırmızı eğri, n'ye kadar ve n dahil olmak üzere asal sayıların sayısını gösterir. (n yatay eksendir) Mavi eğri ise n/ln(n) değerini gösteriyor. Gerçek sonuç ile yaklaşık arasındaki fark n büyüdükçe artar, ancak iki değer arasındaki oran 1'e yaklaşma eğilimindedir.

Asal Sayı Teoreminin Genellenmesi

Daha genel bir biçimde ifade etmek gerekirse asal sayı teoremi aşağıdaki formüldeki gibi ifade edilir. π (n) n'den küçük veya ona eşit olan asal sayıların sayısı anlamına gelmektedir. Buradaki π ifadesinin bizim bildiğimiz π sayısı ile bir ilgisi yoktur. π (n) asal sayı sayma fonksiyonu gibi düşünülmelidir. Örneğin, $\pi(10) = 4$ olur. Çünkü 10'a eşit veya daha küçük dört asal sayı vardır (2, 3, 5 ve 7). Benzer şekilde, $\pi(100) = 25$ tir. Çünkü ilk 100 tam sayının 25'i asaldır.

1 trilyona kadar sıralı bir pozitif tamsayı listeniz olsa bile, kimse manuel olarak kaçının asal sayı olduğunu belirlemek istemez. $\pi(1{,}000{,}000{,}000{,}000)$ burada devreye girer. Teorem bize $\pi(n)$'nin n/ ln(n)'ye "asimptotik olarak eşit" olduğunu söyler.(Asimptotik bir eşitliği yaklaşık bir eşitlik olarak düşünebilirsiniz, ancak teknik olarak bundan daha fazlasıdır.) 1 triyonu teoremde yerine yazarsak gerçek yanıttan yalnızca yaklaşık %4 oranında hata payı oluşur. Bu da oldukça iyi bir tahmindir.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\pi(x)}{x/\ln(x)} = 1$$

x sayısı yeterince büyük π(x) yaklaşık olarak x/ ln(x) sayısına eşittir

Kısacası asal sayı teoremi asal sayıların pozitif tam sayılar arasında asimptotik dağılımını tanımlar. Asal sayıların büyüdükçe daha az yaygın hale geldiği sezgisel fikrini, bunun meydana gelme hızını kesin olarak ölçerek resmileştirir. Asal sayı teoremi 1700'lerin sonunda Fransız matematikçi Adrien-Marie Legendre tarafından ortaya atılmıştı.

Sonrasında da 1896'da Jacques Hadamard ve Charles Jean de la Vallée Poussin tarafından bu teorem birbirinden bağımsız olacak kanıtlanacaktı. Devamında bir çok matematikçi asal sayıların dağılımı ile ilgili çalışmalar yaptı. Bunlardan birisi de Bernhard Riemann idi. Konu ile ilgili araştırmalarının ardından onun ortaya attığı fikirler matematiğin yeni bir araştırma alanının kapılarını aralayacaktı.